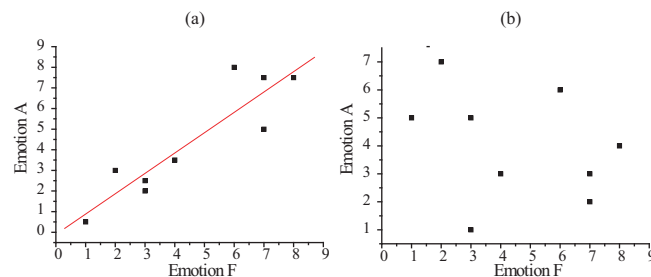


Dynamische Prozesse und Modelle

Der Anschaulichkeit wegen sollen die Intensitäten zweier Emotionen, der Frustration und der Aggression, betrachtet werden. Es gibt Anlass zu vermuten, dass diese beiden Emotionen miteinander interagieren; bereits Sigmund Freud hat darüber Betrachtungen angestellt: bei ihm kämpften Triebe (Thanatos versus Eros) gegeneinander, oder sich blockierende "psychische Energien" verlangten nach "Abfuhr". Dollard et al. (1939) haben die Hypothese im Rahmen der klassischen Experimentalpsychologie weiter elaboriert. Die Literatur zu dieser Hypothese ist schwer zu übersehen und es soll hier kein Versuch unternommen werden, die verschiedenen Ansätze zu diskutieren. Statt dessen soll illustriert werden, dass schon stark vereinfachte dynamische Modelle emotionaler Interaktionen nicht leicht im Rahmen des Allgemeinen Linearen Modells (Regression und Varianzanalyse, und im Prinzip eben auch faktorenanalytische Modelle) zu überprüfen sind.

Empirisch findet man, dass gelegentlich tatsächlich eine Aggression durch eine vorangegangene Frustration erzeugt wurde, aber der Zusammenhang zwischen den beiden Emotionen scheint nicht auf einer festen Kopplung zu beruhen, denn nicht immer lösen Frustrationen Aggressionen aus. In der Abbildung 1 wird ver-

Abbildung 1: Standarduntersuchung zur Beziehung zwischen Aggression und Frustration; (a) erste Untersuchung, (b) Replikation unter identischen Experimentalbedingungen. Nur die Zustände der untersuchten Personen sind verschieden.



deutlicht, was in Experimenten zur Frustrations-Aggressions-Hypothese geschehen kann, wenn diese im Rahmen eines zwar üblichen, aber gleichwohl konzeptuell inadäquaten experimentellen Designs durchgeführt werden. Dem hier Standardansatz genannten Vorgehen entsprechend würde man eine (oder mehrere)

Versuchspersonen (Vpn) unterschiedlich stark frustrieren und dann das Ausmaß erzeugter Aggression messen. Die Frage, wie die Stärke einer Emotion gemessen werden kann, ist bei solchen Untersuchungen von zentraler Bedeutung. Die den Messungen unterliegende Operationalisierung von "Frustration" und "Aggression" ist wesentlich für den Erfolg des Experiments; der Einfachheit halber werde einmal angenommen, dass eine als geeignet erscheinende Operationalisierung gefunden wurde. Auf der x -Achse (Emotion F) wird nun die Stärke der experimentell erzeugte Frustration abgetragen, und auf der y -Achse die Stärke der beobachtete Aggression (Emotion A). Im Falle (a) war das Experiment "erfolgreich": bis auf die unvermeidlichen "Messfehler" steigt die Aggression mit der Frustration an, die Regressionsgerade kann die Daten gut "erklären". Die Abbildung (b) zeigt die Daten aus einer Wiederholung des Experiments unter identischen Bedingungen. Damit sind natürlich die äußeren Bedingungen gemeint, wie Tageszeit, Raumtemperatur, Anordnung der Geräte, etc. Was sich nicht hinreichend normieren läßt ist der interne Zustand der Vpn. Der hat sich so geändert, dass sich kein Zusammenhang zwischen den beiden Emotionen mehr finden läßt. Ein "naiver", am frühen Popper orientierter Experimentalpsychologe könnte jetzt zu dem Schluß kommen, dass die Frustrations-Aggressions-Hypothese widerlegt sei, denn der Zusammenhang zwischen den beiden Emotionen läßt sich anscheinend nicht konsistent nachweisen.

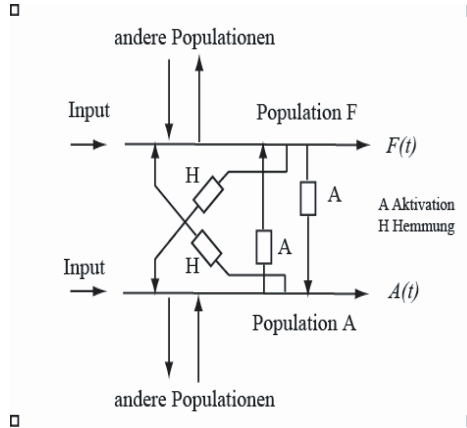
Aber ein solcher Schluß ist möglicherweise verfrüht. Um diese Vermutung zu erläutern, werden die Intensitäten, mit denen die beiden Emotionen auftreten, als Funktionen der Zeit aufgefasst. Dementsprechend sei nun $F(t)$ die Intensität der erlebten Frustration zur Zeit t , und $A(t)$ sei die Intensität der erlebten Aggression zur Zeit t . Gesucht ist ein Modell für die Dynamik der Interaktion zwischen F und A . Wenn die Intensitäten gleich Null sind, also die beiden Emotionen nicht erlebt werden, kann man $F(t) = A(t) = 0$ annehmen, wobei t ein Intervall durchläuft, das dann endet, wenn eine der beiden Funktionen einen von Null verschiedenen Wert annimmt. Um die Dynamik zu beschreiben, benötigt man zunächst ein Maß für die Veränderung von F bzw. von A . Formal läßt sich dieses Maß zunächst als Differenz einführen: $F(t + \Delta t) - F(t)$ gibt an, wie sehr sich die Intensität der Frustration im Zeitpunkt t von der Intensität im Zeitpunkt $t + \Delta t$, $\Delta t > 0$, unterscheidet. Insbesondere kann man den Quotienten

$$\frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{(t + \Delta t) - t} = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta F(t)}{\Delta t} \quad (1)$$

betrachten, wobei $\Delta F(t) = F(t + \Delta t) - F(t)$ ist. Der Quotient gibt die Rate der Veränderung in einem Intervall der Länge Δt , abhängig vom Wert der Variablen t , an. Läßt man nun Δt beliebig klein werden, so erhält man die Rate der Veränderung im Zeitpunkt t , d.h. man erhält den Differentialquotienten dF/dt :

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \frac{dF(t)}{dt}. \quad (2)$$

Abbildung 2: Neuromodell für Emotionen



Beispiel: Angenommen, die Frustration würde innerhalb eines bestimmten Zeitintervalles $J = [t_0, t_1]$ quadratisch wachsen, so dass $F(t) = at^2$ für $t \in J$, wobei $a > 0$ eine Proportionalitätskonstante ist. Dann ist

$$\begin{aligned} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} &= \frac{a(t + \Delta t)^2 - at^2}{\Delta t} = \frac{a(t^2 + \Delta t^2 + 2t\Delta t - t^2)}{\Delta t} \\ &= \frac{\Delta t^2 + 2t\Delta t}{\Delta t} \\ &= a(\Delta t + 2t) \end{aligned}$$

Für $\Delta t \rightarrow 0$ folgt offenbar

$$\frac{dF(t)}{dt} = 2at, \quad t \in J. \quad (3)$$

Wächst also die Intensität der Frustration quadratisch an, so ist die Rate der Veränderung im Zeitpunkt t gerade gleich $2at$, d.h. die Rate der Veränderung ist eine lineare Funktion der Zeit. \square

Differentialgleichungen: Es werde zur Abkürzung $F'(t)$ für $dF(t)/dt$ geschrieben, also $F'(t) = dF(t)/dt$. Geometrisch läßt sich Die Funktion F' als Steigung der Tangente an F für den Zeitpunkt t interpretieren. F' ist durch F eindeutig festgelegt, – wäre dies nicht so, gäbe es zum Zeitpunkt t mehr als eine Tangente an F . Dieser Fall tritt nur dann ein, wenn F' zum Zeitpunkt t nicht existiert, wie es für die Funktion $F(t) = 1/|t|$ im Punkt $t = 0$ der Fall ist. Es werde nun angenommen, dass F' für alle t existiere. Da F' durch F eindeutig festgelegt ist, existiert eine Funktion f derart, dass

$$F'(t) = f(F(t)). \quad (4)$$

Diesen Sachverhalt kann man ausnutzen: *definiert* man eine Funktion f , für die (4) gelten soll, so hat man damit implizit eine Funktion F festgelegt; die Gleichung

(4) heißt Differentialgleichung, weil eine Funktion F und ihr Differentialquotient zueinander in Beziehung gesetzt werden. Der Art, wie die Funktion f gewählt wird, entspricht die Wahl eines bestimmten *Modells* für den Prozess, der durch die Funktion F repräsentiert wird. Die Annahme von Differentialgleichungen impliziert die Annahme, dass die Variablen sich kontinuierlich verändern.

Die einfachste Weise, einen Prozess zu modellieren, ist die Annahme der Gleichung

$$\frac{dF(t)}{dt} = c \text{ eine Konstante.} \quad (5)$$

Sicher ist $F(t) = ct + c_0$ eine Lösung für diese Gleichung, denn wenn man die Ableitung von F bildet, erhält man $dF(t)/dt = c$, also genau (5). In Bezug auf (4) bedeutet dies, dass f die Bedingung $f(F(t)) = c$ erfüllen soll, was sicher kein besonders interessanter Ansatz ist. Eine Alternative ist, $f(F(t)) = cF(t)$ zu setzen; man erhält

$$\frac{dF(t)}{dt} = cF(t). \quad (6)$$

Hier ist c eine Proportionalitätskonstante, die u.a. als "freier Parameter" in die Beziehung eingeht, d.h. c kann nach Maßgabe irgendwelcher Kriterien gewählt oder aus Daten geschätzt werden. Diese Gleichung ist offenbar eine Differentialgleichung. Die Veränderung von F (genauer: die Rate der Veränderung von F) soll proportional zum jeweiligen Wert von F sein. Die Lösung der Gleichung besteht in der Angabe einer Funktion, die der Gleichung (6) genügt. Sicherlich ist $F(t) = 0$ für alle t eine Lösung; F ist dann eine Konstante, die eben gleich Null ist für alle t . Dies ist der "triviale" Fall. Eine Person, für die diese Funktion charakteristisch ist, ist nie frustriert. Es sei nun $F(t) \neq$ konstant. Man kann dann zeigen, dass es für (6) nur eine Lösung gibt:

$$F(t) = ce^{at}, \quad a \neq 0. \quad (7)$$

a ist eine weitere Konstante. Für $a > 0$ steigt F demnach exponentiell an, und für $a < 0$ fällt die Funktion F exponentiell ab, falls sie in $t = 0$ ungleich Null war.

Analoge Betrachtungen gelten auch für die Aggression $A(t)$, und das ursprüngliche Ziel war ja, die Wechselwirkung zwischen F und A zu modellieren. So kann es sein, dass die Frustration zunächst Aggression erzeugt, nach einer gewissen Zeit aber die Aggression einen dämpfenden Einfluß auf die Frustration hat. Wird dann die Frustration reduziert, so reduziert sich unter Umständen auch die Aggression. Ein einfacher "Ansatz" ist:

$$\frac{dF(t)}{dt} = a_{11}F(t) + a_{12}A(t). \quad (8)$$

Hierin sind a_{11} und a_{12} bestimmte Konstante, die die gerade gegebene Kopplung zwischen den beiden Emotionen abbilden. Die Annahme, dass es sich um Konstante handelt, wird später wieder relaxiert (es gibt keinen Grund, anzunehmen, dass die beiden Emotionen stets in der gleichen Weise gekoppelt sind; die

stimmungsmäßigen Großwetterlagen ändern sich ja mit der Zeit, wie jeder durch einfache Selbstbeobachtung weiß), aber im Moment ist es einfacher, eine feste Kopplung anzunehmen. Damit A einen dämpfenden Einfluß auf F haben kann, werden bestimmte Werte für a_{12} anzunehmen sein, z.B. negative Werte. Für A wird man eine analoge Gleichung aufstellen können, so dass man zu einem System zweier Differentialgleichungen kommt:

$$\frac{dF(t)}{dt} = a_{11}F(t) + a_{12}A(t), \quad (9)$$

$$\frac{dA(t)}{dt} = a_{21}F(t) + a_{22}A(t). \quad (10)$$

Diese beiden Gleichungen legen die Verläufe der Funktionen F und A fest, wenn das System aus seiner Ruhelage ausgelenkt worden ist. Man kann nun untersuchen, welcher Art die Interaktion zwischen den beiden Emotionen sind. Ein Spezialfall ergibt sich, wenn $F(t) = A(t) = 0$ gilt; dann ist offenbar auch $dF/dt = dA/dt = 0$, was bedeutet, dass sich weder F noch A verändern. Das aus F und A gebildete System befindet sich im Gleichgewicht, aus dem es nur durch eine "Störung" herausgebracht werden kann. Man sagt auch, der Punkt $(F(0), A(0))$ sei ein *Fixpunkt*. Umgekehrt kann allerdings aus $dF/dt = dA/dt = 0$ nicht gefolgert werden, dass auch $F(t) = A(t) = 0$ gilt. Für bestimmte Kombinationen von Werten der "Gewichte" a_{ij} ist der Fall eines Gleichgewichts möglich, in dem F und A einen von Null verschiedenen Wert annehmen; diese Kombinationen sind durch die Bedingung

$$a_{11}a_{22} = a_{21}a_{12} \quad (11)$$

charakterisiert. Es wird allerdings unwahrscheinlich sein, dass diese Bedingung *exakt* erfüllt ist, so dass der Fall eines stationären Zustands, indem eine Person sowohl ein konstantes Maß an Frustration und ein konstantes Maß an Aggression erlebt, eher unwahrscheinlich ist. Ist (11) nicht erfüllt, bleibt nur der stationäre Zustand $F = A = 0$.

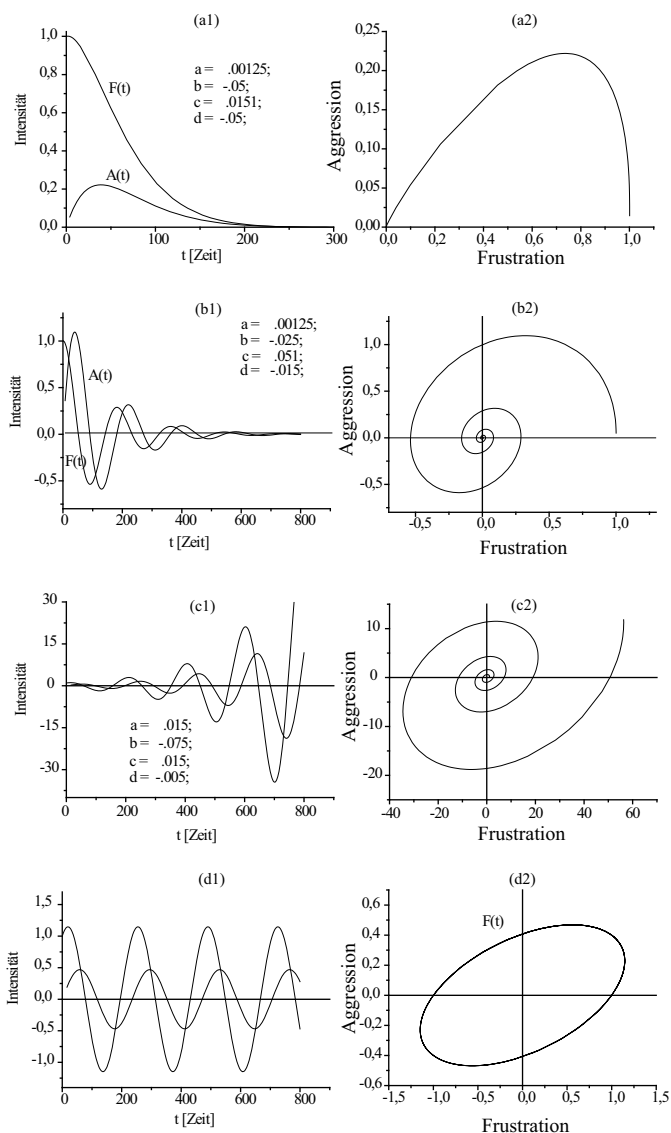
Soll das System aus dem Gleichgewicht gebracht werden, bedarf es einer Störung. Im einfachsten Fall besteht diese Störung aus einem "Stoss", der etwa auf (9) einwirkt. Man hat dann die Gleichungen

$$\frac{dF(t)}{dt} = a_{11}F(t) + a_{12}A(t) + s(t), \quad (12)$$

$$\frac{dA(t)}{dt} = a_{21}F(t) + a_{22}A(t). \quad (13)$$

wobei $s(t)$ für einen kurzen Stoss steht. Natürlich sind beliebige Zeitverläufe für s denkbar, aber es genügt für die Zwecke dieses Abschnitts, den Spezialfall eines Stosses zu betrachten. Es zeigt sich nun, dass es insgesamt vier Klassen von Reaktionen gibt. Die Kopplungskoeffizienten a_{ij} erscheinen hier als Konstanten, aber in Wirklichkeit sind es keine Konstanten, sondern ebenfalls Funktionen der Zeit, so dass man eigentlich $a_{ij}(t)$ statt einfach nur a_{ij} schreiben müsste. Es kann aber

Abbildung 3: Typen von Reaktionen; (d1) und (d2): $a_{11} = .015$, $a_{12} = -.075$, $a_{21} = .0125$, $a_{22} = -.015$. Die Typen sind durch bestimmte Beziehungen zwischen den Parametern bestimmt. Innerhalb jeden Typs existieren beliebig viele Varianten des Typs.



die Annahme gemacht werden, dass die a_{ij} sich im Verhältnis zu den Funktionen $A(t)$ und $F(t)$ nur langsam verändern; in einer konkreten Situation verändern sich die Werte der a_{ij} kaum. Die Werte der a_{ij} werden gewissermaßen durch die psychische Gesamtlage bestimmt und sind in diesem Sinne *Ordnungsparameter* (Haken (1983)). Das betrachtete $A(t), F(t)$ -Netzwerk ist also ein Miniaturaus-

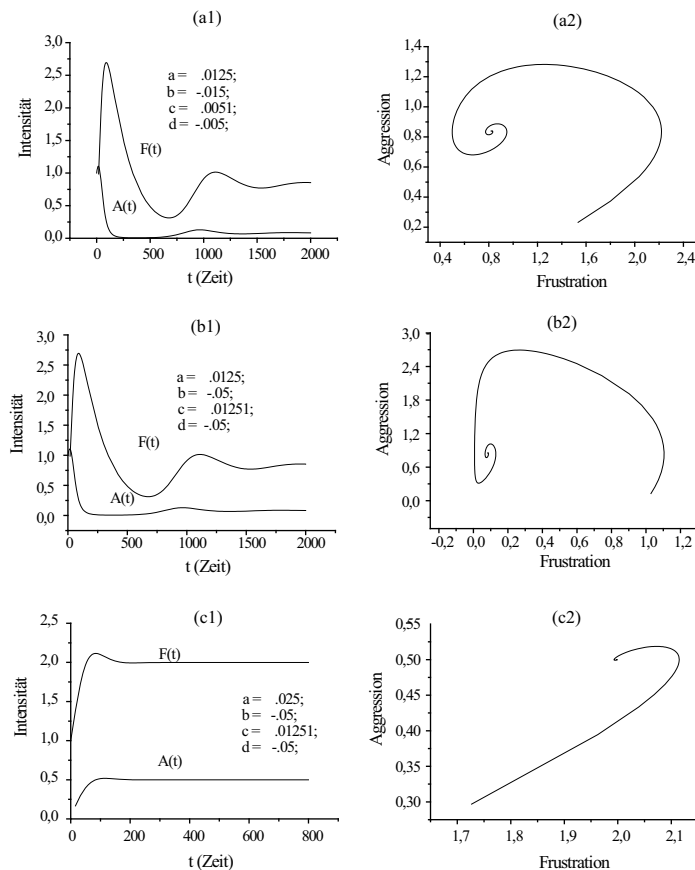
schnitt aus dem Gesamtnetzwerk mit all seinen neuronalen und biochemischen Wechselwirkungen. Hier werden nur sehr einfache Variationen der a_{ij} betrachtet. Es lassen sich nachgerade beliebig viele verschiedene Verläufe finden, so dass die Plots $A(t)$ versus $F(t)$ (vergl. Abb. 3) einigermaßen verschieden aussehen können, die allerdings bestimmten Klassen zugeordnet werden können. Zunächst zu den verschiedenen Klassen: (a1) und (a2) repräsentieren den Fall, dass die Auslenkungen sehr gedämpft verlaufen. Der Plot $A(t)$ versus $F(t)$ zeigt, zu welchem F -Wert ein gegebener A -Wert gehört. Es ist deutlich, dass dieser Plot nicht durch eine einzelne Regressionsgerade angenähert werden kann. Je nach Wahl der Parameter – der Konstanten a_{ij} – kann dieser Plot schmaler oder noch breiter ausfallen. Für (b1) und (b2) spiralt die Kurve auf den 0-Punkt des Koordinatensystems zu, d.h. F und A konvergieren oszillierend gegen den 0-Punkt, der die stationäre Lösung abbildet. Hier sind verschiedene Spiralen möglich: sie können größere Auslenkung in der einen als in der anderen Richtung zeigen und dabei verschiedene Orientierungen annehmen. In (c1) und (c2) spiralt das System nach außen, d.h. das System ist, im Gegensatz zu den beiden vorangegangenen, instabil. Ein kleiner Stoß genügt, und sowohl die Frustration wie auch die Aggression schaukelt sich auf. In (d1) und (d2) gerät das System nach einer Anregung (Stoß) in eine oszillatorische Bewegung, die nicht mehr zum Nullpunkt zurückkehrt. Eine Person, die durch die Parameterwerte, die diese Bewegung implizieren, gekennzeichnet ist, würde also zwischen bestimmten Frustrations- und Aggressionswerten pendeln, ohne dass das System zur Ruhe kommt.

Das System (12) und (13) ist linear, d.h. die rechten Seiten sind durch "gewogene" Summen von F und A definiert. Biologische Systeme sind im Allgemeinen nichtlinear, lassen sich aber oft für *kleine Auslenkungen* durch lineare Systeme wie das hier vorgestellte approximativ beschreiben. Für die hier zu besprechende Problematik können die nichtlinearen Versionen aber vernachlässigt werden, denn die Kernfrage kann bereits anhand des linearen Systems gestellt werden:

Frage: Wie können aus den Phasendiagrammen Frustration versus Aggression Maße gewonnen werden, die als Messwerte x_{ij} im Rahmen einer Regressionsanalyse – einschließlich der Faktorenanalyse – die Beziehung zwischen Emotionen repräsentieren?

Die Beantwortung der Frage wird erschwert durch den hier illustrierten Sachverhalt, dass die Phasendiagramme sich im Prinzip von einer Situation zur anderen verändern können, denn über die Art der Veränderung der $a_{ij}(t)$ ist bisher kaum etwas ausgesagt worden. Spezifische Antworten sollen hier nicht vorgestellt werden, es genügt zunächst, die Problemstellung vorzustellen. In gewisser Weise bedeutet die hier vorgestellte Formulierung der Frustrations-Aggressions-Hypothese eine Art von Auflösung dieser Hypothese, denn derlei Zusammenhänge können zwischen allen Emotionen dargestellt werden, und die spezifische Interaktion zwischen ihnen wird situationsabhängig von den gerade vorliegenden, zeitabhängigen Kopplungskoeffizienten abhängen: der Modellierung bestimmter Beziehungen

Abbildung 4: Typen von Reaktionen; nichtlineare Interaktion. Lineare Regressionen von Aggression (A) auf Frustration (F) als erste Approximation sind allenfalls für kleine Bereiche von A und F möglich, etwa in (c2) für $1.7 < F < 2$, oder $.4 < F < .8$ in (b2); in (a2) sind zwei verschiedene lineare Approximationen zwischen $1.2 < F < 2$ möglich. Das Vorzeichen des jeweiligen Steigungsparameters hängt von den jeweiligen Werten der Kopplungsparameter ab.



zwischen bestimmten Emotionen wird also stets der Geruch des Artifiziellen anhängen. Wie es scheint, kann sich die Theorienbildung über die Wechselwirkung zwischen Emotionen nur auf bestimmte Metaprozesse, etwa die Dynamik der Kopplungen $a_{ij}(t)$, beziehen.

Eine weitere Problematik ist bei den hier angestellten Betrachtungen nicht vorgestellt worden. Sie ergibt sich aus der Möglichkeit, dass die Interaktionen stochastische Komponenten enthalten. Nun sind aber neuronale Aktivitäten grundsätzlich stochastisch, und die Frage ist, wie der Übergang von dieser Stochastizität zu einer phänomenologisch doch als ziemlich geordnet erscheinenden Emotion verstanden werden kann.

Die wesentlichen Punkte sollen kurz zusammengefasst werden:

1. Wird der Verlauf psychischer Zustände durch Differentialgleichungen beschrieben, so erhält man eine Repräsentation der Dynamik der Zustände.

Bei der Beschreibung der Dynamik psychischer Zustände durch Differentialgleichungen wird implizit eine Reihe von Annahmen gemacht: so wird etwa angenommen, dass die Intensität einer Emotion als stetige und differenzierbare Funktion der Zeit darstellbar ist. Dies bedeutet, dass man annimmt, dass sich (i) die Intensität nicht sprunghaft im strengen Sinn des Wortes verändert und dass (ii) die Veränderung der Intensität nie Ecken und Kanten aufweist. Ist etwa $x(t)$ die Intensität der Frustration zur Zeit t , so ist ein Sprung im strengen Sinn des Wortes durch

$$x(t) = \begin{cases} a, & t_0 \leq t \leq t_1 \\ b, & t \in (t_1, t_2), \end{cases}$$

wobei natürlich $a \neq b$ angenommen wurde, und wo (t_1, t_2) ein offenes Intervall ist, d.h. t_1 gehört nicht zu diesem Intervall. Diese Funktion liefert auch ein Beispiel für eine Funktion mit Knicks und Kanten: in t_1 springt sie von a nach b und in t_1 ist kein Differentialquotient definiert. Funktionen können auch stetig sein und trotzdem in bestimmten Punkten nicht differenzierbar sein, z.B. die Funktion $x(t) = 1/|t|$; in $t = 0$ ist sie – wie für die übrigen t , zwar stetig, hat dort aber einen Knick, so dass sich nicht eindeutig nur eine Tangente an $x(t)$ existiert, sondern unendlich viele. Die Forderung nach Sprung- bzw. Knicklosigkeit mag harmlos erscheinen, – schließlich erlebt man derartige Veränderungen psychischer Zustände ja nicht. Plötzliche Stimmungsumschwünge können auch ohne Knicks und Kanten modelliert werden, es genügen ja kleinste Abrundungen (Mollifikationen), die die Differenzierbarkeit wieder herstellen. Gleichwohl muß man sehen, dass die Modellierung durch Systeme von Differentialgleichungen, d.h. durch dynamische Systeme, eine gewisse Idealisierung bzw. Einschränkung darstellt.

2. Es wird gelegentlich gesagt, Aggression sei eine Folge von Frustration, soll heißen: Frustration ist eine (nicht notwendig die alleinige) Ursache von Aggression. Im Rahmen eines dynamischen Modells läßt sich eine solche Rede-weise nicht aufrechterhalten, denn hier wechselwirken Aggression und Frustration. Denn die "Störung" wird sich einerseits i.a. auf beide Emotionen auswirken, und selbst dann, wenn die Störung nur auf die Frustration einwirkt, d.h. eine Frustration erzeugt, so wirkt sie über die Kopplung mit anderen Emotionen auf das gesamte System. Die Störung kann man allerdings die Rolle einer Kausalität zuschreiben, denn ohne die Störung würde das System in der Gleichgewichtslage bleiben.
3. Die "Konstanten" des Systems sind i.a. nicht konstant, sondern unterliegen ebenfalls einer Dynamik, die von der Umgebung des Systems moduliert

werden kann. Dieser Sachverhalt impliziert, dass die Reaktion auf die gleiche "Störung" (= Stimulierung) nicht notwendig die gleiche Reaktion hervorruft.

4. Die Dynamik der "Konstanten" erklärt, warum emotionale Reaktionen zu verschiedenen Zeiten verschieden sein können, auch wenn der "Input" identisch ist.
5. Die Hoffnung, dass man die Dynamik durch einen phänomenologischen, introspektiven Ansatz identifizieren kann, ist kaum zu rechtfertigen. Dabei ist mit phänomenologischem Ansatz der Versuch gemeint, die Intensität erlebter Emotionen und anderer psychischer Zustände eben phänomenologisch zu erfassen, also etwa als Ratings, mit denen eine Person die erlebte Intensität angibt. Dieser Sachverhalt dürfte einer der Gründe sein, weshalb die Modellierung psychischer Prozesse anhand von Differentialgleichungen bisher kaum vorgenommen wurden.
6. Explizite "Lösungen" für die Funktionen F und A bzw. allgemein für die Funktionen E_1, \dots, E_n wird man nur in sehr einfachen Fällen finden, etwa dann, wenn der Spezialfall eines linearen Systems postuliert wird, und auch dann nur für den Spezialfall sehr einfacher "Störungen" s_i . Die Lösungen können aber numerisch bestimmt werden, also durch ein geeignetes Computerprogramm.