

Lösungen zu den Übungen 3

28. 05. 2016

Aufgabe 1: Es gelte $P(M|S) = .9$, $P(S) = .1$, S und M sind stochastisch unabhängig. Wie groß ist die Sensitivität von S bezüglich des Merkmals M ? Es läßt sich zeigen¹, dass die Unabhängigkeit von S und M die Unabhängigkeit von $\neg M$ und $\neg S$ impliziert. Wie groß ist die Spezifität von S bezüglich M ?

Zur Herleitung der Spezifität für den Fall der stochastischen Unabhängigkeit vergl. Anhang, letzte Seite.

Alternativen: (i) $P(\neg S|\neg M) = .9$, (2) $P(\neg S|\neg M) = .1$, (3) $P(\neg S|\neg M) = .09$, (4) $P(\neg S|\neg M) = .111\dots$

Lösung: $\neg S$ und $\neg M$ stochastisch unabhängig impliziert: Spezifität = $P(\neg S|\neg M) = P(\neg S) = 1 - P(S) = .9$.

Aufgabe 2: Ein Psychophysiker ist davon überzeugt, dass (i) das Webersche Gesetz $\Delta x = cx$, und (x eine Stimulusintensität, c eine Konstante), (ii) $\phi(s + \Delta x) - \phi(x) = k$ eine Konstante für alle x gelten..

Alternativen: Er behauptet damit, das (1) ϕ eine Potenzfunktion von x , (2) $\phi(x) \rightarrow C$, für $x \rightarrow \infty$, $C < \infty$, d.h. ϕ strebt gegen eine endliche Asymptote, (3) ϕ ist eine logarithmische Funktion von x , (4) er kann überhaupt keine psychophysische Funktion postulieren, da die Psyche sich nicht in mathematische Formeln pressen läßt.²

Lösung: Alternative (3), denn die angegebenen Bedingungen sind diejenigen, die die logarithmische Funktion implizieren. Die strebt nicht gegen eine Asymptote, und für die Potenzfunktion wird Webers Gesetz nicht angenommen. Alternative (4) ist Nonsense.

Aufgabe 3: Ein Vertreter der Humanistischen Psychologie vertritt die Ansicht, die Annahme überall differenzierbarer Funktionen (grob gesagt: Funktionen, die keine Knicke enthalten) bedeute eine Einschränkung menschlicher Möglichkeiten und hemme damit die freie Entwicklung des Individuums, die Fechnersche Methode, eine psychophysische Funktion durch Integration des Webergesetzes herleiten zu wollen, sei ethisch verfehlt; psychophysische Funktionen seien nur Phantasmagorien eines verdinglichten Denkens, ergo intrinsisch inhuman.

Alternativen: (1) Verdinglichtes Denken ist systemimmanent, also notwendig. (2) Der Humanismus wird weitgehend überschätzt und ist nicht mehr zeitgemäß, (3) Die Stevensche psychophysische Funktion existiert und folgt aus Messungen ohne Anwendung der Integralrechnung. (4) Hinweis auf die Herleitung psychophysischer Funktionen über Funktionalgleichungen.

Lösung: (3) wäre die korrekte Entgegnung, weil sich die Potenzfunktion ohne Rückgriff auf differenzierbare Funktionen herleiten läßt; die Alternative (4) ist hier ebenfalls ein Gegenargument, weil beim Beweis der Funktionalgleichung $f(xy) = f(x) + f(y)$ nur implizit die Annahme der Stetigkeit von f eingeht (worauf wir in der Vorlesung aber gar nicht eingegangen sind). Die Alternativen (1) und (2) sind feuilletonistischer Nonsense.

¹Nur eine kleine Rechnung!

²Kreuzen Sie nur diejenige Alternative an, von der Sie auch wirklich überzeugt sind!

Aufgabe 4: Eine ROC-Kurve entsteht, wenn man bei gleicher Stimulusintensität, aber verschiedenen Kriteriumswerten

Alternativen: (1) den α -Fehler gegen den β -Fehler aufträgt (d.h. Punkte mit den Koordinaten (α, β) in ein Koordinatensystem einträgt), (2) den Fehler erster Art gegen die Sensitivität aufträgt, (3) die Sensitivität gegen die Spezifität aufträgt, (4) die Spezifität gegen den β -Fehler aufträgt.

Lösung: Alternative (2).

Aufgabe 5: Eine psychometrische Funktion

Alternativen: (1) ist die stochastische Version der psychophysischen Funktion, (2) kann man bestimmen, falls das Webersche Gesetz gilt, (3) kann nur Werte zwischen 0 und 1 annehmen, (4) ist eine Verteilungsfunktion für die zufällige Veränderliche, die die Aktivierung durch einen Stimulus repräsentiert, wobei der kritische Wert x_c sich als Funktion der Intensität verändert.

Lösung: Alternative (3), – nicht Alternative (4), denn bei der psychometrischen Funktion wird angenommen, dass x_c konstant bleibt! Psychometrische Funktionen werden i.A. über eine Verteilungsfunktion definiert, wobei aber angenommen wird, dass sich z.B. der Erwartungswert der entsprechenden zufälligen Veränderlichen sich als Funktion der Stimulusintensität verändert.

Aufgabe 6: Die Bestimmung einer psychometrischen Funktion setzt voraus, dass

Alternativen: (1) die Vp imstande ist, den kritischen Wert x_c und damit den α -Fehler konstant zu halten, (2) den β -Fehler konstant zu halten, (3) dass die Vp das subjektive sensorische Kontinuum in gleich große Abschnitte aufteilen kann, (4) die Vp den x_c -Wert bei jeder Stimuluspräsentation frei wählen kann.

Lösung: Alternative (1).

Aufgabe 7: Der d' -Wert kann nur bestimmt werden,

Alternativen: wenn (1) die Aktivierungsverteilung (stimulus + noise) für alle Stimulusintensitäten dieselbe Varianz hat, (2) die ROC-Kurve symmetrisch bezüglich der Diagonalen von links oben nach rechts unten ist, (3) die psychometrische Funktion für die verschiedenen x_c -Werte keine negativen Werte annimmt, (4) wenn man eine bestimmte Wahrscheinlichkeitsverteilung für das Rauschen bzw für das Rauschen plus Signal annimmt.

Lösung: Alternative (4) – üblicherweise wird die Gauß-Verteilung angenommen. Denn die ROC-Kurve wird durch bedingte Wahrscheinlichkeiten definiert, und diese sind i.A. durch Integrale der Dichtefunktionen gegeben, d.h. durch Flächen unter den Dichtefunktionen. Der Schluß auf die Differenz der Parameter μ_n und μ_{sn} kann also nur gelingen, wenn man eine Annahme über die Dichtefunktionen macht.

Anmerkung: Der Ausdruck Dichtefunktion wird hier synonym für Wahrscheinlichkeitsverteilung verwendet, und das ist eine laxe Ausdrucksweise. Eine Dichtefunktion f ist *keine* Wahrscheinlichkeitsverteilung; bei Dichten kann man nur von *Wahrscheinlichkeitselementen* sprechen, womit ein Ausdruck der Form $f(x)dx$ gemeint ist. dx ist hier die Breite eines beliebig schmalen Rechtecks der Höhe $f(x)$. Mehr darüber im Statistikkurs. Wahrscheinlichkeitsverteilungen hat man nur bei *diskreten* Verteilungen. Meistens ist aus

dem Zusammenhang klar, ob eine diskrete oder eine stetige Veränderliche gemeint ist.

Aufgabe 8: Rating-Skalen können als Intervallskalen betrachtet werden, wenn

Alternativen: (1) es höchstens 7 Punkte auf der Skala angekreuzt werden können, (2) Skalen für dasselbe Merkmal, aber verschiedenen möglichen Unterteilungen (fünf, sieben, elf Intervalle) jeweils durch eine lineare Transformation $y = ax + b$ ineinander überführt werden können (wie die Celsius- in die Fahrenheitskala – oder umgekehrt – überführt werden kann), (3) wenn sie mindestens Ordinalskaleneigenschaft haben, (4) die Befragungspersonen (Bpn) durch Introspektion feststellen können, dass sie den Merkmalsbereich in subjektiv gleich große Abschnitte zerlegen können.

Lösung: Alternative (2).

Aufgabe 9: Die Evaluierer von CHE haben eine Rangordnung der Psychologischen Institute an deutschen Universitäten aufgestellt. Unter H_0 seien alle Institute in Bezug auf Forschung und Lehre gleichwertig.

Alternativen: (1) Es kann keine Rangordnung aufgestellt werden, da sich die Institute ja nicht voneinander unterscheiden. (2) H_0 bedeutet, dass der Erwartungswert μ auf der Qualitätsskala für alle Institute derselbe ist. Die gemessene Qualität X variiert zufällig um μ . Die X -Werte unterscheiden sich demnach für alle Institute ein wenig. Folglich kann eine *valide* Rangordnung aufgestellt werden. (3) H_0 gelte, und μ sei konstant für aufeinander folgende Jahre, und die X_i -Werte (i für das i -te Institut) variieren stochastisch unabhängig voneinander. Es kann nicht passieren, dass die Rangplätze verschiedener Institute sich von Jahr zu Jahr um mehr als drei Punkte voneinander unterscheiden. (4) Es gelte H_0 . Da Rangordnungen keine gleichgroßen Intervalle zwischen den Instituten voraussetzen, können sich die Rangordnungen für verschiedene Jahre gar nicht voneinander unterscheiden.

Lösung: Hier ist es "dumm gelaufen" (tut mir leid, mein Fehler!). Alternative (2) sollte die korrekte Alternative sein, aber es muß natürlich heißen: "Es kann *keine* valide Rangordnung aufgestellt werden". Denn die Rangordnung reflektiert ja, wenn H_0 gilt, nur zufällige Unterschiede.

Aufgabe 10: Die Sensitivität und die Spezifität eines Tests gelten als wichtige Charakterisierung des Tests.

Alternativen: (1) Es ist möglich, den Test so zu konstruieren, dass Sensitivität und Spezifität beide nahe bei 1 liegen. (2) Je größer die Sensitivität, desto kleiner die Spezifität, und umgekehrt. (3) Je kleiner die Spezifität, desto kleiner die Sensitivität.³

Lösung: Hier ist Alternative (1) gemeint. Man muß den Test so konstruieren, dass sich die Dichten bzw. Wahrscheinlichkeitsverteilungen so gut wie nicht überschneiden. Alternative (2) entspricht zwar einem in der Praxis oft anzutreffenden Fall, – nämlich dem, dass sich die Dichten oder Wahrscheinlichkeitsverteilungen überschneiden, aber dieser Fall *muß nicht* vorliegen.

³Hinweis: Machen Sie sich eine Skizze: auf der Entscheidungsachse S (Ausprägung des Symptoms) gibt es zwei Verteilungen, eine für den Fall, dass das Merkmal nicht vorliegt (nur Rauschen), eine zweite für den Fall, dass das Rauschen ein Signal (das Merkmal) enthält. Die Verteilungen überlappen sich typischerweise. Wählen Sie verschiedene x_c -Werte und betrachten Sie die dazu korrespondierenden bedingten Wahrscheinlichkeiten, die die Sensitivität und die Spezifität definieren.

Aufgabe 11: Hermeneutische Interpretationen von Verhalten sind fruchtbar, weil noch den kleinsten Aspekten des Verhaltens integrierbare Deutungen abgerungen werden können (vergl. Skriptum (1), p. 11).

Alternativen: Für diesen Satz gilt: (1) Er entspricht psychotherapeutischer Erfahrung, läßt sich aber einheitswissenschaftlich nicht überprüfen, (2) Er läßt sich nicht überprüfen, da kleine Aspekte nicht durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen repräsentiert werden können. (3) Der Satz ist nicht allgemein wahr (dh bestenfalls in speziellen Fällen), da "kleinste Aspekte" auch zufällig gezeigt werden können, in welchem Fall nur Rauschen integriert wird und deshalb die Deutung verzerrt wird. (4) 'integrierbare Deutung' heißt so viel wie logische Konsistenz, und das ist alles, worauf es in der Wissenschaft ankommt.

Lösung: Alternative (3). Alternative (4) wird gelegentlich behauptet, ist aber berechtigtweise umstritten, wenn es sich um eine empirische Wissenschaft handelt: eine Menge von empirischen Befunden kann oft durch verschiedene Theorien logisch konsistent theoretisch erfasst werden, so dass man nach weiteren empirischen Befunden sucht, die eine Differenzierung zwischen den verschiedenen Theorien erlauben.

Anhang:

1. A und B seien zufällige Ereignisse; A sei unabhängig von B heißt, d.h. $P(A|B) = P(A)$. Dann ist auch B unabhängig von A . Denn

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} = P(A) \Rightarrow P(B|A) = P(B). \quad (0.1)$$

Weiter:

$$P(\neg A|B) = 1 - P(A|B) = 1 - P(A) = P(\neg A), \quad (0.2)$$

d.h. wenn A unabhängig von B ist, so ist auch $\neg A$ unabhängig von B .

2. A und B seien stochastisch unabhängig. Dann folgt, dass $\neg A$ und $\neg B$ stochastisch unabhängig sind:

$$P(\neg A|B) = P(B|\neg A) \frac{P(\neg A)}{P(B)} = P(\neg A) \Rightarrow P(B|\neg A) = P(B),$$

und

$$P(\neg B|\neg A) = 1 - P(B|\neg A) = 1 - P(B) = P(\neg B) \quad (0.3)$$