

Übungen 5

Klausurrelevante Fragen

24. 06. 2016

Vorbemerkung: Hier werden nur Fragen mit den dazu korrespondierenden Antworten gegeben, während in der Klausur wegen des Multiple-Choice-Verfahrens zusätzlich noch (falsche) Alternativen angeboten werden. Natürlich werden die Fragen nicht wörtlich übernommen. Machen Sie sich also die Beziehung zwischen dem Gegenstand der Frage und der Antwort noch einmal gründlich klar.

1. Schauen Sie sich noch einmal die Fragen 1. und 2. aus Übungen 4 + Lösungen an (es lohnt sich nicht, für diesen Fragenbereich noch neue Fragen zu formulieren).
2. Die Empfindungsskala ϕ sei als Fechner-Skala definiert. Wichtig: merken Sie sich die Bedingungen für die Fechner-Skala
 1. Webers "Gesetz" gilt,
 2. $\phi(s + \Delta s) - \phi(s) = \text{konstant}$ für alle s , $\Delta s = cs$ (= Weber). Hinweis: Zeichnen Sie sich ein Koordinatensystem mit s für die x -Achse, Δs für die y -Achse, und tragen Sie für verschiedene s -Werte die zugehörigen Δs -Werte ein, $c = .1$ (oder irgend einen anderen c -Wert).

Für die Stevens-Skala gilt

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{s_3}{s_4} \Rightarrow \frac{\phi(s_1)}{\phi(s_2)} = \frac{\phi(s_3)}{\phi(s_4)}.$$

Für eine gegebene Fragestellung soll eine Empfindungsskala ϕ bestimmt werden und die Frage ist, ob eher die Fechner- oder eher die Stevens-Skala die "wahre" Skala ist. Dazu kann man die ϕ -Skala konstruieren, ohne auf eine dieser Skalendefinitionen explizit Bezug zu nehmen. Aus den Eigenschaften dieser so konstruierten Skalen kann man dann erschließen, um welchen Typ es sich handelt.

Eine gut funktionierende Methode, eine Skala zu konstruieren, ist die Halbierungsmethode: man wählt zwei nicht allzu weit auseinander liegende Stimulusintensitäten s_1 und s_3 , die die Wahrnehmungsintensitäten $\phi(s_1)$ und $\phi(s_3)$ auslösen. Man bittet die Vp, die Stimulusintensität s_2 so einzustellen (z.B. Helligkeits- oder Lautstärkereglern) derart, dass $\phi(s_2)$ genau in der Mitte zwischen $\phi(s_1)$ und $\phi(s_3)$ liegt. Es läßt sich zeigen, dass auf diese Weise eine Intervallskala entsteht (prüfen Sie Ihr Wissen: wie ist eine Intervallskala definiert?).

Frage: welche Beziehung besteht zwischen s_1 , s_2 und s_3 , wenn ϕ (i) eine Fechner-Skala, oder (ii) Eine Stevens-Skala ist?

Hinweis: Allgemein muß gemäß der Aufgabenstellung

$$\phi(s_2) = \frac{1}{2}(\phi(s_1) + \phi(s_3)) \quad (1)$$

gelten: Denn aus (1) folgt

$$2\phi(s_2) = \phi(s_1) + \phi(s_3),$$

so dass

$$\phi(s_2) - \phi(s_1) = \phi(s_3) - \phi(s_2),$$

gilt, d.h. $\phi(s_2)$ liegt genau in der Mitte zwischen $\phi(s_1)$ und $\phi(s_3)$. Umgekehrt gelte $\phi(s_2) - \phi(s_1) = \phi(s_3) - \phi(s_2)$; dann folgt $2\phi(s_2) = \phi(s_1) + \phi(s_3)$ und damit (1). \square

Antwort: Wenn ϕ eine Fechner-Skala ist, so folgt

$$\log s_2 + C = \frac{1}{2}(\log s_1 + C + \log s_3 + C) = \frac{1}{2}(\log(s_1 s_3) + \frac{1}{2}2C),$$

d.h.

$$\log s_2 = \frac{1}{2} \log(s_1 s_3) = \log(s_1 s_3)^{1/2}.$$

(Hier wird von den Regeln $\log(ab) = \log a + \log b$ und $\log a^c = c \log a$ Gebrauch gemacht!). Dann folgt aber

$$s_2 = (s_1 s_3)^{1/2} = \sqrt{s_1 s_3} \quad (2)$$

d.h. s_2 muß das *geometrische Mittel* von s_1 und s_3 sein, wenn Fechner gilt. Der so berechnete s_2 Wert ist eine *Vorhersage* der empirisch bestimmten, d.h. von der Vp eingestellten Intensität \hat{s}_2 . Test der Hypothese (2): Koordinatensystem zeichnen; auf der x -Achse den Wert $x = s_2 = \sqrt{s_1 s_3}$ für irgendzwei Stimulusintensitäten s_1 und s_3 wählen, s_2 ausrechnen und gegen $y = \hat{s}_2$ auftragen. Für verschiedene x -Werte (= (s_1, s_3) -Paare) müssen die dazu korrespondierenden y -Werte auf einer geraden Linie (Regressionsgerade!) liegen, die Abweichungen der y -Werte von den x -Werten sollten "klein" sein! Also:

Gilt Stevens, so muß

$$k s_2^q = \frac{1}{2}(k s_1^q + k s_3^q)$$

gelten (dieselbe Logik wie bei Fechner, nur dass die Stevens-Formel für ϕ eingesetzt wird!). In dieser Gleichung kürzt sich der Faktor k heraus, so dass

$$s_2^q = \frac{1}{2}(s_1^q + s_3^q)$$

folgt. Um s_2 zu bestimmen, muß man auf beiden Seiten die q -te Wurzel ziehen:

$$s_2 = \left(\frac{1}{2}(s_1^q + s_3^q) \right)^{1/q}. \quad (3)$$

Test dieser Hypothese: analog zu Fechner, dh für irgendzwei s_1 - und s_3 -Werte den zugehörigen s_2 -Wert ausrechnen (rechte Seite von (3)) und den zugehörigen empirischen $y = \hat{s}_2$ -Wert gegen den s_2 -Wert auftragen. Ist ϕ durch die Stevens-Funktion definiert, muß sich eine lineare Regressionsgerade ergeben.

Anmerkung: Das Fechner-"Gesetz" $\phi(s) = \alpha \log s + C$ kann ohne jede Schätzung von "freien" (d.h. unbekannt) Parametern getestet werden (hier α und C), denn (2) enthält keine freien Parameter mehr. Dies ist nicht der Fall bei der Stevens-Funktion. Die Frage ist hier also, ob ein q -Wert existiert derart, dass (3) erfüllt ist, und dieser q -Wert sollte mit der Schätzung für die Stevens-Funktion übereinstimmen! Also: erst q schätzen, dann testen.

3. **Frage:** Was ist der Unterschied zwischen einer psychophysischen und einer psychometrischen Funktion?

Antwort: Die psychophysische Funktion $\phi = \phi(s)$ repräsentiert die Stärke der Empfindung, wenn die Stimulusintensität gleich s ist. Die psychometrische Funktion $\psi = \psi(s)$ gibt die Wahrscheinlichkeit des Entdeckens eines Stimulus mit der Intensität s an, bzw. die Wahrscheinlichkeit des Entdeckens des Unterschieds zwischen $\psi(s)$ und $\psi(s + \Delta s)$. Je größer der Wert von Δs , desto größer ist die Wahrscheinlichkeit des Entdeckens. Der Wert der Unterschiedsschwelle Δs wird in Bezug auf eine bestimmte Wahrscheinlichkeit $\psi(s + \Delta s) = p$ bestimmt; p wird dann für alle s konstant gehalten. Δs nimmt also einen kleinen Wert an, wenn p "klein" gewählt wird, und einen größeren Wert, wenn p "groß" gewählt wird. Im Allgemeinen wird entweder $p = .5$ oder $p = .75$ gewählt.

4. **Frage:** Welche Beziehung existiert zwischen der Sensitivität eines Symptoms S für ein Merkmal M und der Prädiktivität des Merkmals auf der Basis von S ?

Antwort: Die Sensitivität ist durch $P(S|M)$ definiert; die Sensitivität ist groß, wenn bei gegebenem oder vorliegendem Merkmal M auch das Symptom S gezeigt wird. Die Prädiktivität ist durch $P(M|S)$ definiert. Die Beziehung ist offenbar durch Bayes' Theorem gegeben:

$$P(S|M) = P(M|S) \frac{P(S)}{P(M)}$$

gegeben. Ebenso gut kann man auch sagen, dass die Beziehung durch

$$P(M|S) = P(S|M) \frac{P(M)}{P(S)}$$

gegeben ist (wiederum Bayes' Theorem). Der Unterschied zwischen den Werten der Sensitivität und der Prädiktivität hängt also vom Verhältnis der Grundquoten $P(M)$ und $P(S)$ ab. Achten Sie darauf, dass dieses Verhältnis durch $P(M)/P(S)$ oder durch den Reziprokwert $P(S)/P(M)$ gegeben ist, je nachdem, was "vorhergesagt" wird (was auf der linken Seite der Gleichung steht): $P(S|M)$ oder $P(M|S)$.

5. Die Spezifität von S in Bezug auf M ist durch $P(\neg S|\neg M)$ definiert: Wenn M nicht gegeben oder vorhanden ist, soll das Symptom S möglichst *nicht* auftreten. Natürlich gilt dann

$$P(\neg S|\neg M) = P(\neg M|\neg S) \frac{P(\neg S)}{P(\neg M)}$$

S hat also eine hohe Spezifität, wenn S *nicht* auftritt unter der Bedingung, dass M *nicht* gegeben ist.

Frage: Unter welchen Bedingungen nehmen sowohl die Sensitivität als auch die Spezifität hohe Werte an?

Antwort: Wenn sich die Verteilungen für das Symptom unter den Bedingungen M und $\neg M$ möglichst wenig überlappen. Bei einer Überlappung der Verteilungen verändern sich die Sensitivität und die Spezifität gegenläufig zueinander, die konkreten Werte hängen vom kritischen Wert x_c ab.

6. Ein häufig vorkommender Denkfehler besteht darin, ein Symptom S für ein valides Symptom zu halten (d.h. für eines, das tatsächlich M anzeigt), wenn $P(A \cap M)$ groß ist.

Frage: Worauf würden Sie eine Kollegin oder einen Kollegen hinweisen, wenn sie/er in der eben genannten Weise argumentiert?

Antwort: Es kommt auf die Sensitivität und Spezifität an, d.h. auf die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(S|M)$ und $P(\neg S|\neg M)$. S ist insbesondere dann ein "gutes" Symptom, wenn beide bedingten Wahrscheinlichkeiten einen möglichst großen Wert haben.

7. Die Wettchance

$$q = \frac{P(M|S)}{P(\neg M|S)} = \frac{P(M|S)}{1 - P(M|S)} = \frac{p}{1 - p}$$

spielt bei vielen Fragen eine wichtige Rolle. So sei das Symptom durch

$$x = b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n$$

definiert: die x_j sind Teilsymptome, die gewichtet mit den b_j das Gesamtsymptom definieren. Die x_j können kontinuierlich variieren oder dichotom definiert sein, in welchem Fall sie nur die Werte 0 (j -tes Symptom nicht vorhanden) oder 1 (j -te Symptom vorhanden) annehmen können. Es kann gezeigt werden, dass unter sehr allgemeinen Bedingungen die Beziehung

$$q = e^x$$

besteht.

Frage: Welchen Wert hat dann die Wahrscheinlichkeit $p = P(M|S)$?

Antwort: $p = q/(1 + q)$.

Denn $q = p/(1 - p) \Rightarrow q(1 - p) = q - qp = p \Rightarrow q = p + qp = (1 + q)p$ woraus sofort $p = q/(1 + q)$ folgt. Setzt man hier e^x für q ein, erhält man den Ausdruck

$$p = \frac{1}{1 + e^x}. \tag{4}$$

Dies ist eine Schreibweise (von mehreren) für die *logistische Funktion*.

Das Wort 'Chance' wird in der Umgangssprache oft mit 'Wahrscheinlichkeit' gleichgesetzt, in der Statistik haben p und q aber verschiedene Bedeutung! Es ist $0 \leq p \leq 1$, aber $0 < q < \infty$, denn für $p \rightarrow 1$ strebt $q = p/(1 - p)$ gegen ∞ .

Für die, die es wissen wollen: im Skript Methoden der Psychologie, Teil 2, Abschnitt 3.5.2 findet man eine vollständige Herleitung von (4) sowie ein Beispiel (Infektionsrisiko bei Geburten mit Kaiserschnitt). Kenntnisse dieser Herleitung werden aber in der Klausur *nicht* vorausgesetzt.

8. In einem Experiment wird überprüft, wie gut ein Stimulus mit einer fixen Intensität entdeckbar ist; dazu wird eine ROC-Kurve bestimmt.

Frage: Was ist eine ROC-Kurve (Receiver Operating Characteristic-Kurve)?

Antwort: Für ein bestimmte Signalstärke wird implizit, d.h. indem man die pay-offs (Belohnung für korrekte Entscheidungen. Bestrafung = Abzug von Punkten) variiert, der kritische Wert x_c variiert: Für $X > x_c$ wird eine Entdeckungantwort gegeben, für $X \leq x_c$ nicht, X die Aktivierung durch einen Stimulus, also das, was wahrgenommen wird). Dadurch verändert sich die Wahrscheinlichkeit eines Falschen Alarms und die eines "Treffer" (= korrekte Antwort, wenn ein Stimulus

gezeigt wird). Man trägt die Trefferwahrscheinlichkeit (y -Achse) gegen die des korrespondierenden Falschen Alarms (x -Achse). So entsteht die ROC-Kurve. Ihre Krümmung bestimmt den Wert von d' (d-Strich), $d' = (\mu_{s+n} - \mu_n)/\sigma$, μ_{s+n} der Mittelwert der Aktivierung, wenn stimulus + noise präsentiert wurden, μ_n die mittlere Aktivierung, wenn nur "noise" (= Rauschen) präsentiert wurde. σ ist die Streuung der Differenzen zwischen $s + n$ und n . Je geringer die Krümmung der ROC-Kurve, desto kleiner ist der Wert von d' .

9. **Frage:** In welchem Sinn ist der Fishersche Hypothesentest eine Signalentdeckungsaufgabe?

Antwort: Der α -Fehler ist der Fehler, der gemacht wird, wenn man die Alternativhypothese akzeptiert, obwohl die Nullhypothese korrekt ist. α ist die Wahrscheinlichkeit eines falschen Alarms. Der β -Fehler ist der Fehler, der gemacht wird, wenn man sich für die Nullhypothese entscheidet, obwohl die Alternativhypothese korrekt ist. $1 - \beta$ ist dann die Wahrscheinlichkeit eines "Treffers".

In der Signalentdeckungstheorie wird über die pay-offs der Wert von x_c festgelegt, aus dem dann die Wahrscheinlichkeit eines falschen Alarms folgt. Beim Hypothesentest wird die Wahrscheinlichkeit des falschen Alarms festgelegt und daraus der x_c -Wert für die jeweilige Teststatistik berechnet. Je kleiner der Wert von α , desto mehr sichert man sich gegen ein falsches Akzeptieren der Nullhypothese ab. Führen die Daten auch bei sehr kleinem Wert von α zu einer Ablehnung von H_0 , so kann man relativ sicher sein, dass die Alternativhypothese tatsächlich korrekt ist. Gleichwohl muß man die Kosten (in einem sehr allgemeinen Sinn) im Auge behalten: bedeutet H_0 , dass der Patient keine Encephalitis hat, kann ein kleiner α -Wert zu extrem hohen Kosten führen, weil man die Nullhypothese zu lange beibehält; bei einer derartigen Alternativhypothese wird man eher einen größeren Wert für α wählen. Bedeutet andererseits die Alternativhypothese, dass man eine neue Therapie akzeptiert, die allerdings wesentlich teurer als die bisher verwendete Therapie ist und ist darüber hinaus nicht klar, ob die neue Therapie wesentlich besser ist, so wird man eher einen kleinen Wert für α wählen.

10. **Frage:** Was versteht man unter einer konfundierenden Variable?

Antwort: Eine konfundierende Variable ist eine in einer Untersuchung nicht explizit kontrollierte Variable (Störvariable), die sowohl mit mindestens einer unabhängigen und mit der abhängigen Variablen korreliert und auf diese Weise den Zusammenhang zwischen den betrachteten unabhängigen und der abhängigen Variablen verwischt. Beispiel: Alter in einem Experiment zu Hypothesen über die Funktionsweise des Gedächtnisses.

11. **Frage:** Was versteht man unter einem Konstrukt?

Antwort: In der Psychologie im Wesentlichen ein Begriff, der durch operationale Definitionen charakterisiert wird (und die deshalb oft von der üblichen umgangssprachlichen Definition des Begriffs abweicht). Beispiel: Intelligenz, die als Konstrukt als Kombination bestimmter, messbarer kognitiver Fähigkeiten definiert ist. Andere Konstrukte sind Begriffe wie Führungsqualität, oder Studierfähigkeit.

12. **Frage:** Was versteht man unter "gegenstandsbezogener Theorienbildung"?

Antwort: Bei dieser Art der Theorienbildung wird angenommen, dass ohne vorangehende Festlegung des Stichprobenumfangs geforscht werden kann, da die Forscher

anhand der theoretischen Sättigung feststellen können, dass sie genug beobachtet haben. Relevante Begriffe werden während der Untersuchung auf der Basis unmittelbar gegebener Daten bzw. Beobachtungen gebildet.

(Dies ist natürlich eine sehr kurze Charakterisierung dieser Art von Theoriebildung!)

13. **Frage:** Worin besteht der Unterschied zwischen Experimenten und Quasi-Experimenten?

Antwort: Bei Experimenten werden die Daten anhand von randomisierten Stichproben gewonnen. Bei Quasi-Experimenten muß man an Stichproben halten, die aus irgendwelchen Gründen vorgegeben sind, so dass der fehlerausgleichende Effekt der Randomisierung nicht gegeben ist. Beispiel: Therapieverlaufsstudien, bei denen man sich notwendigerweise an die vorgegebenen Patientenstichproben halten muß.